ПРИЛОЖЕНИЕ НА МОДИФИЦИРАНИ МЕТОДИ НА НЮТОН ЗА СТАТИЧНА ОЦЕНКА НА СЪСТОЯНИЕТО НА ЕЛЕКТРОЕНЕРГИЙНАТА СИСТЕМА

Петко Нотов, Димо Трингов

Резюме: *В работата са предложени квазинютонови методи за решаването на задачата за статична оценка на състоянието на електроенергийната система. Разгледани са алгоритмите за решаване на задачата, предимствата и недостатъците на методите.*

APPLICATION OF MODIFICATION NEWTON'S METHODS FOR STATIC STATE ESTIMATION OF ELECTRIC POWER SYSTEM

Petko Notov, Dimo Tringov

Abstract: *In this paper are prepositional methods for solving static state estimation of electric power system problem. A methods for solving, advantages and problems are commented.*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Увеличаването на надеждността и качеството на изходната информация за състоянието на електроенергийната система (ЕЕС) дефинира необходимостта и основното съдържание на задачата за оценка на състоянието ѝ. Терминът "оценка", в статистически смисъл, означава, че получените след обработка резултати ще бъдат представителни статистически оценки на параметрите на състоянието на ЕЕС.

Информацията, получена в системата за оценка на състоянието на ЕЕС, е необходима за решаване на ред задачи в областта на анализа на режимите и на управлението ѝ.

Статическият подход предполага обработването на данни, съответстващи на един и същ момент от време, като се получава т. нар. "снимка на системата".

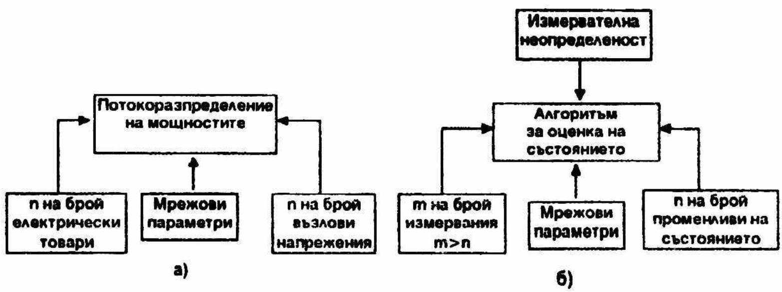
Характерна особеност на задачата за оценка на състоянието е, че резултатите, които се получават, не са детерминирани, а са статистическите оценки на съответстващите на реалността случайни величини [4,5].

Между задачата за потокоразпределение и оценка на състоянието на ЕЕС съществува взаимна връзка. Изходните данни са измерени ве-

Годишник на ТУ–София, т.49/1998 г.
Proceedings of the Technical University – Sofia, v.49/1998.

личини, а резултатите от изчислението включват и тези, които се получават от изчисляването на изходния установен режим.

Изчисленията за потокоразпределението в електрическата преносна мрежа се основават на допускането, че параметрите на електроенергийната система са "точни" (без грешка). При използване на метода на възловите потенциали броят на получените величини е равен на броя на неизвестните възлови напрежения. При решаване на задачата за оценката на състоянието на ЕЕС се отчитат и грешките от наблюденията при описание на процеса. За да се гарантира получаването на по-добрено (по-адекватно) решение, трябва да се разполага с излишък от входни данни. Входните данни (m на брой) са повече от неизвестните променливи (n на брой). На фиг. 1 е съпоставен алгоритъмът за изчисляване на потокоразпределението на ЕЕС (фиг. 1а) с този за оценката на състоянието ѝ (фиг. 1б).



Фиг. 1. Съпоставяне на алгоритъма за определяне на потокоразпределението на ЕЕС (а) с този за оценка на състоянието ѝ.(б)

Състоянието на ЕЕС се дефинира като комплексен вектор:

$$X^T = [U_1, U_2, \ldots, U_n, \delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_n]. \tag{1}$$

където U_i е модулът на напрежението и δ_i е аргументът му в i-тия възел на мрежата (фазов ъгъл), $i = \overline{1,n}$.

За текущото състояние на ЕЕС се съди по данните, получени чрез телеизмерване на потоци на мощности в електропроводи, възлови мощности и възлови напрежения, токове, както и сумарни товари на отделни райони (комплексни районни възлови товари).

Тези телеизмервания образуват вектора Z, който представлява сумата от верните стойности $h(x)$ на вектора на състоянието X и съответните грешки (шума) V от измерванията, т.е.

(2) $$Z = h(x) + V.$$

Тази функционална зависимост е нелинейна.

Наборът от измерваните параметри трябва да обезпечава неизродеността на системата от уравнения, която се решава при оценка на режима. При това винаги е необходимо да се фиксира поне едно напрежение по модул и фаза. Това напрежение е прието да се нарича базисно напрежение. Измерванията с шум (2) включват случайни грешки на датчиците; шум в телеканалите; грешки от въвеждането на данни в ЕИМ, нееднovременност на измерванията и пр.

В процеса на обработка на измерванията трябва да се филтрират неинформативните изходни данни и да се получи качествена информация за неизвестните (неизмервани) параметри, които са необходими за целите на управлението на ЕЕС.

2. СЪЩНОСТ НА МЕТОДИТЕ

Алгоритъмът за оценка на състоянието е алгоритъм за оптимизация, минимизиращ целевата функция

(3) $$J(x) = \sum_{i=1}^{m} k_i v_i^2,$$

където v_i е i-тата компонента на вектора V, а k_i е тегловен коефициент на i-тото измерване [1,2,3]. Уравнение (3) определя евклидовата норма $V = \|V\|^2 = V^T V$ на грешката V.

Нека вероятностното разпределение на грешката е нормално, с дисперсия σ_i^2. В качеството на тегловни коефициенти е уместно да се изберат $k_i = 1 / \sigma_i^2$.

Критерият за статическо оценяване на състоянието на ЕЕС, използващ квадратична целева функция (3)

(4) $$J(\hat{x}) = \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\sigma_i^2}\left[z_i - h_i(\hat{x})\right]^2,$$

е известен като метод на най-малките квадрати.

Оптималната оценка x се получава за тази стойност на $\hat{x}$, за която скаларната сума на тегловните квадрати е минимална. Уравн. (4) може да се запише във вида

(5)
$$J(\hat{x}) = [z - h(\hat{x})]^T R^{-1} [z - h(\hat{x})] = \min,$$

където ковариационната матрица R има за диагонални елементи r_{ii} дисперсиите на грешките σ_i^2 от измерванията Z: $R = \mathrm{diag}(r_i)$.

Матрицата на Хесе от $J(x)$ е означена с $G(x)$, а якобиана на трансцепдентната система $h(x)$, която описва установения режим на ЕЕС, с H. Градиентът $g(x)$ на рисковата функция $J(x)$ е от вида

(6)
$$g(x) = \frac{\partial J(x)}{\partial x} = -2H^T R^{-1} [z - h(x)],$$

където

(7)
$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1(x)}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial h_n(x)}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial h_m(x)}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial h_m(x)}{\partial x_n} \end{bmatrix};$$

(8)
$$G(x) = \left[\frac{\partial^2 J(x)}{\partial x_i \partial x_j} \right]; \quad i, j = 1,2,\dots,n.$$

При квадратична апроксимация на нелинейната функция $J(x)$ в околността на номинална точка x^0 и развитието ѝ в ред на Тейлор се получава:

(9)
$$\begin{aligned} J(x) &= J(x^0) + \nabla J(x^0)^T (x - x^0) + 0{,}5(x - x^0)^T \nabla^2 J(x^0)(x - x^0) = \\ &= -J(x^0) + g(x^0)(x - x^0) + 0{,}5G(x^0)(x - x^0)^T (x - x^0). \end{aligned}$$

Локален минимум на $J(x)$ се получава след диференциране и решаване на уравнението

(10) $$\frac{\partial J(x)}{\partial x}\Big|_{x=x^0} = g(x^0) + G(x^0)(x - x^0) = 0.$$

Като се положи $x = x^{(\nu+1)}, p^{(\nu)} = x^{(\nu+1)} - x^{(\nu)}$, се получава матричното уравнение

(11) $$G(x^{(\nu)}).p^{(\nu)} = -g(x^{(\nu)}),$$

където $p^{(\nu)} = -G^{-1}(x^{(\nu)}).g(x^{(\nu)})$ се нарича Нютонова посока на търсене. Следващото приближение се задава с формулата

(12) $$x^{(\nu+1)} = x^{(\nu)} - \lambda^{(\nu)}G(x^{(\nu)}).g(x^{(\nu)}); \nu = 1,2,\dots,$$

представляваща итеративна процедура за решаване на уравнението $g(x) = 0$, докато се постигне

$$\lim_{\nu\to\infty} g\left(x^{(\nu)}\right) = 0.$$

Във формула (12) $\lambda^{(\nu)}$ е големината на итерационната стъпка ($\lambda^{(\nu)} > 0$).

По този начин се конструира методът на Нютон при квадратична апроксимация на целевата функция $J(x)$ – уравн. (12).

Недостатък на този метод е изискването за положителна определеност на матриците $G(x^{(\nu)})$ и необходимостта от аналитично задаване на вторите производни на целевата функция. Методът е приложим само когато матрицата на Хесе е положително определена [6].

Индиректният метод за определяне на матрицата $G^{-1(\nu)}$ се базира на разлагане на $h(x)$ в ред на Тейлор в околността на точката с координати x^0. Тази матрица определя изходното (в частност номиналното) състояние на системата, т.е.

(13) $$h(x) = h\left(x^0\right) + H\left(x^0\right)\left(x - x^0\right) + \dots.$$

Критерият (5) е заменен със следната линеаризирана рискова функция :

(14) $$J_l = \left[z - h\left(x^0\right) - H\left(x^0\right)\left(x - x^0\right)\right]^T R^{-1}\left[z - h\left(x^0\right) - H\left(x^0\right)\left(x - x^0\right)\right].$$

Най-малката квадратична оценка $\Delta x = x - x^0$ задоволява оптималното условие, ако

(15) $$\frac{\partial J_l}{\partial x} = -2H^T R^{-1}\left[z - h\left(x^0\right) - H\left(x^0\right)\left(x - x^0\right)\right] = 0.$$

Тогава линейната оценка

(16) $$\Delta\hat{x} = \left[H^T R^{-1} H\right]^{-1} H^T R^{-1}\left[z - h\left(x^0\right)\right]$$

на ΔX довежда до следната итеративна процедура :

(17) $$\hat{x}^{(\nu+1)} = \hat{x}^{(\nu)} + \left[H^T R^{-1} H\right]^{-1} H^T R^{-1}\left[z - h\left(x^{(\nu)}\right)\right],$$

където $G^{-1(\nu)} = -\left[H^T R^{-1} H\right]^{-1}$.

Ковариантната матрица на грешката ($x-\hat{x}$) от оценяването може да се апроксимира с матрицата $(H^T R^{-1} H)^{-1}$. Началната стартова точка x^0 е някое решение на предишни изчисления на потокоразпределение или се избира плосък старт чрез напреженов профил от вида: $|U_i| = 1, \delta_i = 0$ за $l = 1,2,\ldots,n$.

Директното изпълнение на уравн. (17) не е подходящо за on-line изчисления, тъй като матрицата на Якоби H ще трябва да се изчислява за всяко $\hat{x}^{(\nu)}$. Всяка итерация по-нататък ще изисква матрична инверсия.

За да се направи методът на Нютон приложим и в случая, когато матрицата $G(x)$ не е положително определена, се правят модификации на този метод. Матрицата на Хесе за целевата функция се замества с линейно приближение. Главната черта на метода е коригирането на $J(x)$ по време на описанието. Коригирането може да се получи и по време на изчисленията. Методът използва само $J(x)$ и нейните първи производни $g(x)$. В метода на Девидон-Флетчер-Пауел матрицата $G(x)^{-1}$

не се оценява директно. При наличие на сходимост матрицата $A^{(v)}$ се доближава до G^{-1} за $v \to \infty$ [1].

Когато итерационният брояч v надхвърли цялото число n_1, процедурата за оценка спира. Ако функцията $J(x)$ има n променливи, лимитът n_1 на стъпка 5 трябва да бъде малко по-голям от n. Добра апроксимация на $G(x)^{-1}$ се получава при $n_1 = n + 3$ итерации. Главна особеност на алгоритъма е, че се базира на оригиналната рискова функция (5).

Алгоритъмът на Девидон-Флетчер-Пауел дава още и пълната матрица $G(x)^{-1}$. Вместо итеративни приближения може да бъде използван градиентен подход.

Алгоритъм №1 за статична оценка на състоянието с използване на алгоритъма на Девидон-Флетчер-Пауел (DFP)	
(1)	Задаване на x^0, $A^0 = I$, $v = 0$ и $n_1 = n + 3$
(2)	Пресмятане на $J\left(x^{(v)}\right)$ и $g\left(x^{(v)}\right) = -2H^T R^{-1}\left[z - h\left(x^{(v)}\right)\right] = g^{(v)}$
(3)	Намиране на $x^{(v+1)}$: $J\left(x^{(v+1)}\right) = \min\limits_{\alpha} J\left(x^{(v)} - \lambda^{(v)} A^{(v)} g^{(v)}\right)$
(4)	Намиране $\Delta x^{(v)} = x^{(v+1)} - x^{(v)}$; $\Delta g^{(v)} = g^{(v+1)} - g^{(v)}$
(5)	Ако v е по-малко от n_1 преминаване към (6) ; иначе стоп
(6)	Изчисляване на $M_1^V = \dfrac{\Delta x^{(v)} \Delta x^{T(v)}}{\Delta x^{T(v)} \Delta g^{(v)}}$; $M_2^V = \dfrac{-A^{(v)} \Delta g^{(v)}\left[\Delta g^{T(v)} A^{(v)}\right]}{\left[\Delta g^{T(v)} A^{(v)}\right] \Delta g^{(v)}}$; $A^{(v+1)} = A^{(v)} + M_1^V + M_2^V$
(7)	Полагане на $v = v + 1$; връщане към стъпка (2)

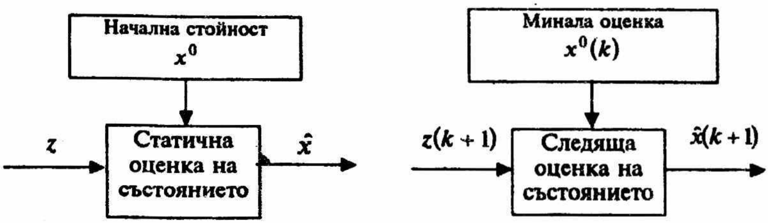
Често се използва формулата на Бройден-Флетчер-Голдфарб-Шано (BFGS) на стъпка (6) от дадения алгоритъм, апроксимираща $G(x)$ директно, т.е.:

$$M_1^V = \frac{\Delta g^{(v)} \Delta g^{T(v)}}{\Delta g^{T(v)} \Delta x^{(v)}}; \; M_2^V = \frac{-A^{(v)} \Delta x^{(v)} \Delta x^{T(v)} A^{(v)}}{\Delta x^{T(v)} A^{(v)} \Delta x^{(v)}}; \; A^{(v+1)} = A^{(v)} + M_1^V + M_2^V.$$

Оценката на състоянието чрез следене се базира на допускането, че векторът на състоянието X не се променя или се променя много малко между два последователни момента от време – k и $k+1$ респективно. Първоначалната стойност x^0 във време $k + 1$ се заменя с оценката $\hat{x}(k)$ от предишния времеви интервал k, която се основава на $z(k)$.

Статичната и следящата оценка на състоянието са сравнени на фиг. 2. Ако грешката не е много голяма, е достатъчна една итерация да се изчисли $\hat{x}(k+1)$ от $z(k+1)$ и $\hat{x}(k)$. Тогава алгоритъмът за статична оценка лесно се променя в следящ алгоритъм само със смяната на итерационния брояч ν във временен аргумент k. Основният алгоритъм (17) приема вида

$$\hat{x}(k+1)=\hat{x}(k)+\left[H^T(k)R^{-1}(k)H(k)\right]^{-1}H^T(k)R^{-1}(k)\left[z(k+1)-h(\hat{x}(k))\right]. \tag{18}$$



Фиг. 2. Сравнение между статична и следяща оценка на състоянието

Алгоритъм №2 за следяща оценка на състоянието, използваща алгоритъм на Девидон-Флетчер-Пауел	
(I)	Полагане на времеаргумента $k = 1$ и прочитане на вектора на наблюдение $z(k)$
(II)	Изпълняване на алгоритъм №1
(III)	Съхраняване на $\hat{x}^{(\nu)}(k)$ и $A^{(\nu)}(k)$ за $\nu = n_1$
(IV)	Промяна на времето k на $k + 1$ и прочитане на новият вектор на наблюдение $z(k)$
(V)	Изчисляване на новото наблюдение $z(k)$ използвайки алгоритъма от табл.№1, като стъпки (1) и (5) се заменят със: (1) $x^0 = \hat{x}^{(n_1)}(k-1); A^0 = A^{(n_1)}(k-1)$; полагане $n_1 = 3$ (5) Ако ν е по-малко от n, се изпълнява стъпка (6) от алгоритъм №1; иначе се продължава със стъпка (VI) от този алгоритъм
(VI)	Изчисляване на квадратичния остатък $r(k)$, т.е. $r(k)=\left[z(k)-h(\hat{x}(k))\right]^T\left[z(k)-h(\hat{x}(k))\right]$
(VII)	Ако $r(k) < \varepsilon$, се изпълнява стъпка (IV); иначе се прави стъпка (II)

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Квазинютоновите методи (DFP,BFGS) не изискват аналитично задаване на вторите производни на целевата функция. Формула BFGS генерира положително определени матрици, които са симетрични. Получената в резултат квазинютонова матрица е равна на точната матрица на Хесе за квадратичната функция. Сходимостта на метода е суперлинейна [6].

Директният алгоритъм №1 е подходящ за следяща оценка на състоянието. Допускайки, че $x(k)$ не се променя много през времето k, матрицата $A^{(\nu)}$ ще се запази от текущия момент от време k до следващия. Тази процедура е подходяща за пресмятане на времеви задачи, защото изчисляването на $A^{(\nu)}$ се извършва рядко.

Тестовата стойност на ε от стъпка (VII) за рестартиране на алгоритъма трябва да се определи експериментално. Итерационният лимит $n_1 = 3$ от стъпки (V) е избран експериментално, базирайки се на квадратична сходимост.

Посочените алгоритми могат да се използват за синтезиране на програма, решаваща оптимизационната задача за оценка на състоянието на ЕЕС в темпа на процеса. Квазинютоновите методи са подходящи за изследване на режими, близки до предела на апериодична устойчивост и за решаване на установени режими на постояннотокова мрежа, когато матрицата на Хесе на системата от уравнения на установения режим ($h(x)$) не е положително определена.

ЛИТЕРАТУРА

1. Handschin, E., Real-time Data Processing Using State Estimation in Electric Power Systems, Elsevier, Chapter 2.

2. Kusic, George I., Computer-Aided Power System Analysis, The University of Pittsburgh and Advanced Control System, Atlanta, Georgia, New Jersey, 07632.

3. Wallach, Y., Calculation and Programs for Power System Networks, Prentice-Hall, New-Jersey, Chapter 5, 1986.

4. Гамм, А. З., Л. Н. Герасимов, Оценивание состояния в электроэнергетике, Наука, М., 1983.

5. Гамм, А. З., Статистические методы оценивания состояния электроэнергетических систем, Наука, М., 1976.

6. Венков, Г. И., Основи на автоматизираното проектиране, С., 1991.

7. Веников, В. А., Применение вычислительных методов в энергетике, М., Энергоатомиздат, 1983.

АВТОРИ

Петко Петров Нотов – проф. д-р. инж. катедра „Електроенергетика", ТУ – София

Димо Илиев Трингов – инж. катедра „Електроенергетика", ТУ – София

Постъпила на 12.05.1998 г.
Рецензент: доц. д-р Марин Боцов